

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2026

PRIMER PARCIAL – 13/02/2022

Apellido y Nombre:.....

Número de documento:CURSO:.....

TEMA 2

1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 2 horas
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- El examen no puede estar resuelto en lápiz
- Todas las respuestas deben estar justificadas

EJERCICIO 1: Dada la recta que pasa por los puntos $A(1;1)$ y $B(3;-1)$, calcular el área del triángulo limitado por la recta y los ejes coordenados.

EJERCICIO 2:

- (a) Determinar el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$$\frac{2}{4+x} - 3 > x$$

- (b) Dar el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + z = 1 \\ 4x - y + 5z = 5 \end{cases}$$

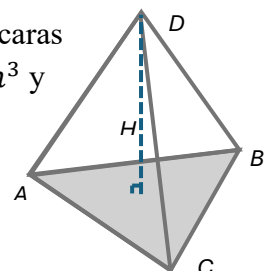
EJERCICIO 3: Las gráficas de las funciones f , lineal, y g , cuadrática, se cortan en los puntos de coordenadas $(6;5)$ y $(3;11)$. Sabiendo que la recta $x = 5$ es eje de simetría de la gráfica de g , determinar la forma polinómica de la función cuadrática g .

EJERCICIO 4: Determinar para qué valores de β , si existen, el polinomio

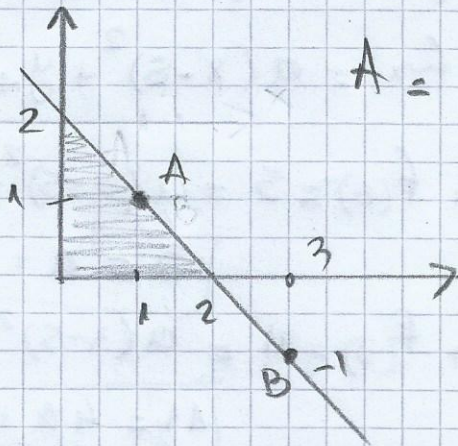
$$p(x) = x^4 + (2\beta + 5)x^3 - x^2 + (-4\beta - 1)x + 2\beta$$

es divisible por $x^2 + 1$

EJERCICIO 5: $ABCD$ es un tetraedro regular, es decir un poliedro cuyas cuatro caras son triángulos equiláteros congruentes. Sabiendo que su volumen es igual a 72cm^3 y que su altura DH mide $4\sqrt{3}\text{cm}$, calcular el perímetro del triángulo ΔABC



EJ1) Dada la recta que pasa por los puntos A(1,1) y B(3,-1) calcular el área del triángulo limitado por la recta y los ejes coordenados



$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \quad \boxed{A=2}$$

$$y = ax + b \quad \begin{cases} 1 = a + b \\ -1 = 3a + b \end{cases}$$

$$a = -1 \quad b = 2$$

$$\boxed{y = -x + 2}$$

$$\begin{aligned} \text{en } x=0 &\rightarrow y=2 \\ \text{en } y=0 &\rightarrow x=2 \end{aligned}$$

EJ2) a) Determinar el conjunto solución de la sig. ecuación:

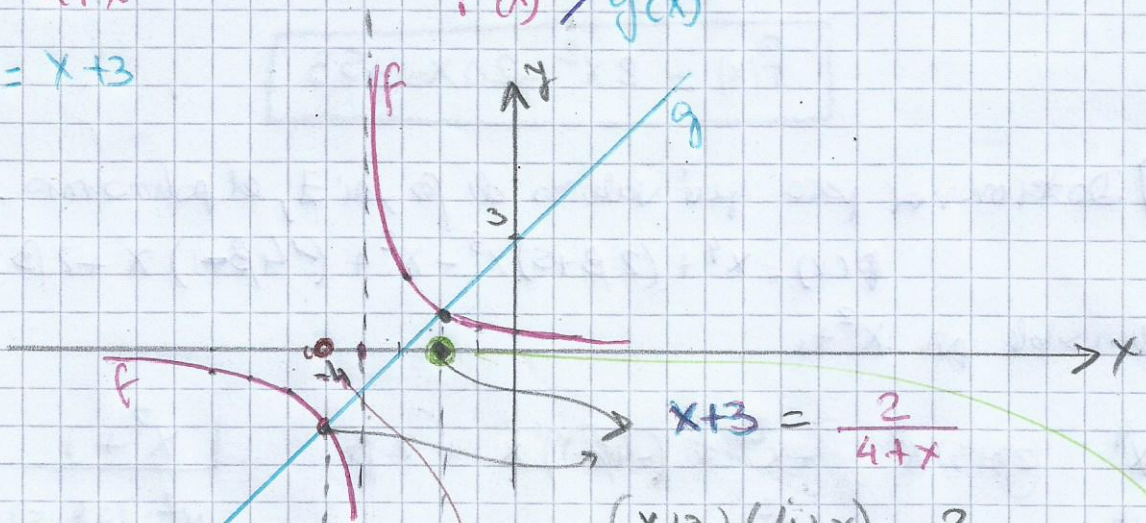
$$f(x) = \frac{2}{4+x}$$

$\begin{matrix} \nearrow \text{AV} = -4 \\ \searrow \text{AH} = 0 \end{matrix}$

$$\frac{2}{4+x} - 3 > x \Rightarrow \frac{2}{4+x} > x+3$$

$$f(x) > g(x)$$

$$g(x) = x+3$$



$$x+3 = \frac{2}{4+x}$$

$$(x+3)(4+x) = 2$$

$$4x + x^2 + 12 + 3x = 2$$

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = -5$$

f creciente

$$\boxed{S = (-\infty, -5) \cup (-2, \infty)}$$

b) Dar el conj. solución del sig. sistema:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + z = 1 \\ 4x - y + 5z = 2 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 5 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 = F_1 - 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 = F_3 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} -y + z = 1 \\ x + z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = z - 1 \\ x = 1 - z \end{cases}$$

$$\boxed{S = \{ (1-z, z-1, z) \mid z \in \mathbb{R} \}}$$

SCI

EJ 3 Los gráficos de las funciones f , lineal, y g , cuadrática, se cortan en los puntos $(6, 5)$ y $(3, 11)$

Sabiendo que la recta $x=5$ es eje de simetría de la gráfica de g , determinar la forma polinómica de la función cuadrática

$x=5$ eje de simetría de la gráfica de $g \Rightarrow X_N = 5$

$$f(x) = a(x - X_N)^2 + Y_N \rightarrow f(x) = a(x - 5)^2 + Y_N$$

$$(6, 5) \in \text{parabola} \rightarrow x=6 \rightarrow y=5 \rightarrow f(6) = 5 = a(6-5)^2 + Y_N$$

$$5 = a + Y_N \quad \text{I}$$

$$(3, 11) \in \text{parabola} \rightarrow x=3 \rightarrow y=11 \rightarrow f(3) = 11 = a(3-5)^2 + Y_N$$

$$11 = 4a + Y_N \quad \text{II}$$

$$\begin{cases} a + Y_N = 5 \\ 4a + Y_N = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ Y_N = 3 \end{cases} \quad f(x) = 2(x-5)^2 + 3$$

$$f(x) = 2(x^2 - 10x + 25) + 3 = 2x^2 - 20x + 50 + 3$$

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 53$$

EJ 4 Determinar para qué valores de β , si \exists , el polinomio:

$$p(x) = x^4 + (2\beta + 5)x^3 - x^2 + (-4\beta + 1)x + 2\beta$$

es divisible por $x^2 + 1$

$$\begin{array}{r} x^4 \quad (2\beta + 5)x^3 \quad -x^2 + (-4\beta + 1)x + 2\beta \\ -x^4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 + 1 \\ x^2 + (2\beta + 5)x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2\beta + 5)x^3 \quad -2x^2 + (-4\beta + 1)x \\ - (2\beta + 5)x^3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2\beta + 5)x^3 \\ - (2\beta + 5)x^3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} (2\beta + 5)x \\ (2\beta + 5)x \end{array}$$

$$0 \quad -2x^2 + (-6\beta - 6)x + 2\beta$$

$$\begin{array}{r} -2x^2 \\ -2x^2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} -2 \\ -2 \end{array}$$

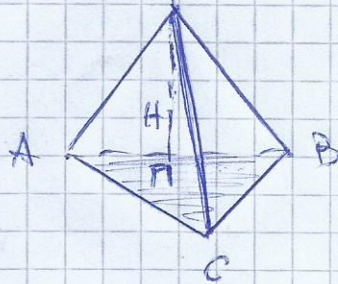
$$0 \quad (-6\beta - 6)x + 2\beta + 2 = \text{resto} = 0$$

$$\begin{cases} -6\beta - 6 = 0 \rightarrow \beta = -1 \\ 2\beta + 2 = 0 \rightarrow \beta = -1 \end{cases} \checkmark$$

$$\beta = -1$$

5) ABCD es un tetraedro regular, es decir un poliedro cuyas caras son triángulos equiláteros congruentes.

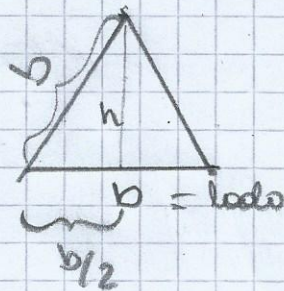
Sabiendo que el vol. es igual a 72 cm^3 y que su altura es $4\sqrt{3} \text{ cm}$ calcular el perímetro del triángulo ABC



$$\text{Vol } \triangle = \frac{\text{Base} \cdot H}{3} \rightarrow 72 \text{ cm}^3 = \frac{\text{Base} \cdot 4\sqrt{3} \text{ cm}}{3}$$

$$\frac{72 \text{ cm}^3 \cdot 3}{4\sqrt{3} \text{ cm}} = \boxed{\text{Base} = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2}$$

Base =



triángulo equilátero

$$b^2 = h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$b^2 - \frac{b^2}{4} = h^2$$

$$\frac{3}{4} b^2 = h^2 \rightarrow \boxed{h = \frac{\sqrt{3}}{2} b}$$

$$\text{Base} = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow 18\sqrt{3} \text{ cm}^2 = b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} b \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{18\sqrt{3} \text{ cm}^2 \cdot 4}{\sqrt{3}} = b^2 = 72 \text{ cm}^2$$

$$b > 0$$

$$b = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} = 3b = 18\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\boxed{P = 18\sqrt{2} \text{ cm}}$$